МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖИ РЕСПУБЛИКИ КРЫМ КРЫМСКИЙ РЕСПУБЛИКАНСКИЙ ИНСТИТУТ ПОСТДИПЛОМНОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. 2021-2022 ГГ. МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

8 КЛАСС

№1. В клетках таблицы 5×5 расставили некоторые целые числа по правилу:

а) числа в строчке различны и их произведение равно 2022;

б)числа в столбике различны и их произведение равно 2022;

в) числа в первой главной диагонали различны и их произведение равно 2022.

Чему может равняться наименьшее произведение чисел во второй главной диагонали?

(сделать таблицу , обосновать и записать произведение в общем виде)

Ответ : - 337^5

1	3	2	-1	-337
3	2	-1	-337	1
2	-1	-337	1	3
-1	-337	1	3	2
-337	1	3	2	-1

Решение: Разложим число 2022=2·3·337. Нам не хватает двух множителей, значит берём -1,1,2,3,337. Чтобы произведение было положительным, ещё один из множителей делаем отрицательным (-337)

Произведение пяти чисел в главной диагонали отрицательно , а значит и будет наименьшим.

Другого разложения представить не возможно, чтобы выполнялись все условия . 337- самое большое по модулю число.

Ответ : - 337^5

Критерии оценивания:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	Любая правильная расстановка чисел в таблице, удовлетворяющая условию и показано, почему значение произведения наименьшее
4	Просто таблица и ответ -337^5
1	Только ответ без таблицы
0	Не верная расстановка чисел, числа повторяются

№2. Вычислите: $$\frac{(2^2+6)\cdot(3^2+8)\cdot(4^2+10)\ldots..(2021^2+2044)}{(3^2+1)\cdot(4^2+1)\cdot(5^2+1)\ldots..(2022^2+1)}$$

Ответ: 1

Решение:

Заметим, что числитель содержит выражение $\boldsymbol{x^2+2\cdot x+2}$, а в знаменателе $\boldsymbol{(x+1)^2+1}$. Частное этих выражений равно 1.

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Любое полное обоснованное решение
3	Выдвинута верная гипотезе без обоснования
1	Рассмотрен частный случай, где перебором получается какая-то закономерность и ответ. Заметили, что произведение первых трёх скобок в числителе, делённое на произведение трёх скобок знаменателя равно 1.
0	Приведён только ответ

№3 У входа в парк развлечений висит электронное табло, показывающее время (часы и минуты). Когда табло показало 9:00,в парке открылись 6 аттракционов и работали до вечера по 1,2,3,4,5 и 6 минут соответственно с минутным перерывом. Когда Олег пришёл днём в парк, ни один из аттракционов не работал. Какое время показывало табло в этот момент?

Ответ: 15:59

Решение: Назовём периодом аттракциона время, за которое проходит перерыв и один цикл аттракциона. Олег пришёл, когда ни один не работал, а значит прошло целое число периодов каждого аттракциона, если считать с 8:59. Пусть прошло $\boldsymbol{x}$ минут, тогда $\boldsymbol{x}$ **делится на 2,3,4,5,6,и 7.** Наименьшее общее кратное этих чисел 420 минут .Значит прошло 7 часов и табло может показывать **15:59 или 22:59.** Так ка сказано , что пришёл днём, то нам подходит только 1 ответ

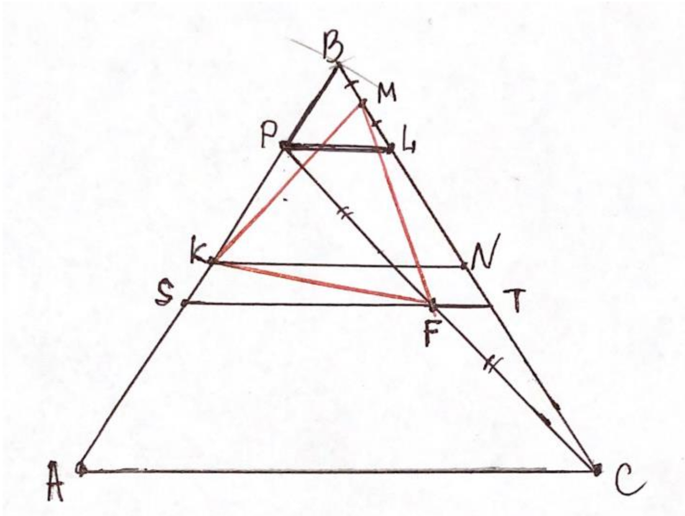
Ответ: 15:59

Критерии оценивания:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Любое полное обоснованное решение

6	Записаны оба ответа
3	Правильно указан период аттракциона
0	Приведён только ответ

№4 В равностороннем треугольнике ABC на сторонах AB и BC выбрали точки K и N-середины сторон соответственно. Между точками Ки B выбрали точку P, между B и N точку L. Оказалось ,что треугольник PBL равносторонний. Выбрали точку M-середину отрезка B L и точку F – середину отрезка PC. Докажите, что полученный треугольник KMF – равносторонний.



Решение: Построим треугольник ABC, обозначим точки P и L . Построим PC , обозначим середину отрезка F. Через точку F строим прямую $ST \parallel AC$, тогда $\angle FTN=60^0$

В $\triangle PBC$, FN –средняя линия, поэтому $NF=\frac{1}{2}PB=BM$. KN-средняя линия $\triangle ABC$,следовательно $KN=\frac{1}{2}AC = KB$.

$SF \parallel AC$, PF=FC, значит SF- средняя линия $\triangle APC$. Получили, что $SF=\frac{1}{2}AC=KN$. KNFS -параллелограмм ($KN \parallel SF$, KN=SF) откуда NF=KS.

$\triangle FNT$-равносторонний и NF=NT=FT, откуда MT=KB=SF .

Итак, $\triangle KBM = \triangle MTF = \triangle FSK$ (по двум сторонам и углу между ними $\angle B=\angle FTN=\angle KSF=60^0$), тогда KM=MF=KF и $\triangle KMF$- равносторонний.

Критерии оценивания:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	Любое полное обоснованное решение
3	Доказано, что $\triangle KBM = \triangle TMF$
1	Проведена прямая через точку F параллельно AC
0	Нет продвижений в задаче

№5 На столе лежат 2021 монета номиналом 2, 5 и10 рублей.

Федя и Коля играют в такую игру :

По очереди берут любую монету себе и заменяют её равноценно монетами меньшего номинала из своих денег, выкладывая их на стол.

У мальчиков достаточно своих средств. Будем считать, что монету номиналом 1 рубль разменять уже нельзя. Коля ходит первым. Проигрывает тот. Кто не сможет сделать равноценный обмен. Кто выиграет при правильной игре? (Пример обмена: 5=2+1+1+1=2+2+1=1+1+1+1+1)

Ответ: Коля

Решение: Общее число монет нечётное, поэтому возможны случаи: либо монет каждого номинала нечётное число, тогда Коля первым ходом берёт монету большего номинала и дополняет количество монет других номиналов до чётного числа. После чего повторяет ходы Феди до конца игры и выигрывает. Если количество монет одного номинала нечётное число, то коля берёт одну монету и разменивает её по рублю. После чего снова повторяет ходы Феди и выигрывает

Критерии оценивания:

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	Любое полное обоснованное решение
3	Сделан правильно 1 шаг и указан победитель
1	Если рассмотрена чётная и нечётная группа монет -1 шаг
0	Назван только победитель