

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2022-2023 ГГ.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП.
10-Й КЛАСС**

Задание 10.1. Решите уравнение $x^2 + y^2 = НОК(x; y)$, где x - простое число.

Задание 10.2. В арифметической прогрессии $a_3 = -43$, $a_7 = -11$.
При каком количестве членов прогрессии, ее сумма принимает наименьшее значение. Найти значение этой суммы.

Задание 10.3. В двух десятых классах ровно 50 человек. Староста параллели подсчитал сколько друзей у каждого из остальных 49 учеников (без него самого) среди этих же 49 учеников, и записал эти числа последовательно на карточку в некотором порядке. Аналогичные карточки составили все ученики 10-х классов. Все карточки отдали завучу. Сможет ли завуч составить 51-ю карточку с числом друзей каждого ученика?

Задание 10.4. ABCD – трапеция ($AD \parallel BC$).
Точка O - точка пересечения диагоналей трапеции.

На BC выберем точку K: $\frac{BK}{CK} = \frac{2}{3}$, а на AD – точку M: $\frac{AM}{MD} = \frac{3}{2}$. Найдите площадь треугольника COD, если $AD = 7$, $BC = 3$, $KM = 6$, $\cos CAD = 0,2$.

Задание 10.5. Доказать для положительных x и y неравенство $x + y + \frac{1}{xy} \geq 3$.

*На выполнение задания дается 3 часа 55 минут
Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**Пользоваться электронными средствами
(ноутбуками, мобильными телефонами, калькуляторами и т.п.), а также любой литературой,
получать консультации по выполнению заданий КАТЕГОРИЧЕСКИ ЗАПРЕЩАЕТСЯ**