

1. Два космических корабля летят навстречу друг другу по одной прямой со скоростями 11 км/мин и 19 км/мин. В некоторый момент времени расстояние между кораблями составляло 3000 км. Через какое время после этого и на каком расстоянии друг от друга будут находиться корабли за 100 с до столкновения?

РЕШЕНИЕ:

Удобно рассматривать скорость сближения

$$U = v_1 + v_2 = 30 \frac{\text{км}}{\text{мин}} = 0,5 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Значит корабли будут сближаться $t = \frac{s}{U} = \frac{3000 \frac{\text{км}}{\text{мин}}}{30 \frac{\text{км}}{\text{мин}}} = 100 \text{ мин} = 6000 \text{ с}$.

За время 5900 с (за 100 с до столкновения) они сблизятся до расстояния

$$L = U\Delta t = 0,5 \frac{\text{км}}{\text{с}} 100 \text{ с} = 50 \text{ км}$$

ОТВЕТ: через 5900 с на расстоянии 50 км.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ:

Определена скорость сближения кораблей – 3 балла

Определено время сближения кораблей – 2 балла

Определено время – вопрос задачи – 2 балла

Определено расстояние – вопрос задачи – 3 балла

2. Путь длиной 240 км автомобиль проехал за 4 часа. Его скорость на бездорожье была на 12,5 м/с меньше средней скорости, а на шоссе на 9,5 м/с больше средней скорости. Определите длину участка шоссе, который проехал автомобиль.

РЕШЕНИЕ:

Определим среднюю скорость автомобиля

$$v_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{весь}}}{t_{\text{все}}} = \frac{240 \text{ км}}{4 \text{ ч}} = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Значит по бездорожью автомобиль ехал со скоростью

$$v_1 = v_{\text{ср}} - \Delta v_1 = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} - 45 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

а по шоссе со скоростью $v_2 = v_{\text{ср}} + \Delta v_2 = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} + 34,2 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 94,2 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

Путь, пройденный автомобилем по шоссе, определяется по формуле

$$S_2 = v_2 t_2$$

где t_2 - время движения по шоссе.

$$S_2 = v_2 t_2 = v_2 (t - t_1) = v_2 \left(t - \frac{S_1}{v_1} \right) = v_2 \left(t - \frac{S - S_2}{v_1} \right) = v_2 t - \frac{v_2 S}{v_1} + \frac{v_2 S_2}{v_1}$$

$$S_2 = \frac{v_2 t - \frac{v_2 S}{v_1}}{1 - \frac{v_2}{v_1}} = 214 \text{ км}$$

ОТВЕТ: по шоссе автомобиль проехал 214 км.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ:

Определена средняя скорость автомобиля – 1 балл

Определена скорость автомобиля по бездорожью – 2 балла

Определена скорость автомобиля по шоссе – 2 балла

Получена формула для пути по шоссе – 4 балла

Определен путь , пройденный по шоссе – 1 балл

3. Экспериментатор Глюк изготовил в мастерской алюминиевый куб с длиной ребра 10 см с полостью внутри, которую заполнил свинцом. Плотность куба оказалась равной 8720 кг/м^3 . Определите массу свинца, залитого в полость. Плотности алюминия и свинца, соответственно, равны $2,7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ и $11,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

РЕШЕНИЕ:

Алюминиевый куб со свинцом внутри представляет собой составное тело. Его плотность определяется массой и объемом его частей, причем объем алюминия и свинца в сумме дают внешний объем куба:

$$\rho_{\text{куба}} = \frac{m_{\text{куба}}}{V_{\text{куба}}} = \frac{m_{\text{ал}} + m_{\text{св}}}{a^3}$$

где a – ребро куба.

Выразим массу алюминия через плотность алюминия и объем свинца:

$$m_{\text{ал}} = \rho_{\text{ал}} V_{\text{ал}} = \rho_{\text{ал}} (V - V_{\text{св}}) = \rho_{\text{ал}} (a^3 - V_{\text{св}})$$

Учтем, что объем свинца связан с его массой и плотностью $V_{\text{св}} = \frac{m_{\text{св}}}{\rho_{\text{св}}}$

После подстановки и преобразований, получаем

$$m_{\text{св}} = \frac{\rho_{\text{куба}} - \rho_{\text{ал}}}{1 - \frac{\rho_{\text{ал}}}{\rho_{\text{св}}}} a^3 = 7,91 \text{ кг}$$

ОТВЕТ: масса свинца, залитого в куб равна 7,91 кг.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ:

Записана формула для плотности куба – 1 балл

Правильно записаны масса и объем куба – 2 балла

Правильно выражена масса алюминия – 2 балла

Проведены правильные преобразования – 2 балла

Получена формула для массы свинца – 1 балл

Получена масса свинца – 2 балла

4. В XVII веке на Руси массу измеряли в пудах, а длину в аршинах. Определите плотность ртути в старинных единицах (пуд/аршин³), если известно, что 1 пуд = 16,4 кг, а 1 аршин = 71 см. Плотность ртути принять равной за 13,6 г/см³.

РЕШЕНИЕ:

Определим связь между г и пудами, а также см и аршинами:

$$1 \text{ г} = 0,001 \text{ кг} = \frac{0,001 \text{ кг}}{16,4 \frac{\text{кг}}{\text{пуд}}} = \frac{0,001}{16,4} \text{ пуд}$$

$$1 \text{ см} = \frac{1 \text{ см}}{71 \frac{\text{см}}{\text{аршин}}} = \frac{1}{71} \text{ аршин}$$

$$1 \text{ см}^3 = \left(\frac{1}{71}\right)^3 \text{ аршин}^3$$

Рассчитаем плотность ртути:

$$\rho_{\text{рт}} = 13,6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 13,6 \frac{\frac{0,001}{16,4} \text{ пуд}}{\left(\frac{1}{71}\right)^3 \text{ аршин}^3} = 296,8 \frac{\text{пуд}}{\text{аршин}^3} \approx 297 \frac{\text{пуд}}{\text{аршин}^3}$$

ОТВЕТ: плотность ртути $296,8 \frac{\text{пуд}}{\text{аршин}^3} \approx 297 \frac{\text{пуд}}{\text{аршин}^3}$

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ: особое внимание уделить точности перевода единиц измерения, любое округление, кроме окончательного результата должно сопровождаться снятием 2 баллов!

Совершен точный перевод г в пуды – 3 балла

Совершен точный перевод см³ в аршин³ – 3 балла

Рассчитана плотность ртути – 4 балла